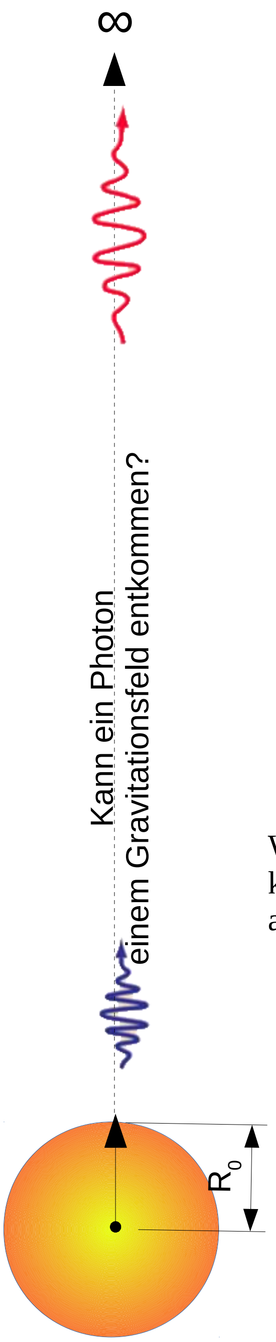


1. Recherchiere Sonnenmasse, Erdmasse, Sonnen- und Erdradius (3 Ziffern):
   $m_S =$ $m_E =$ $R_S =$ $R_E =$
2. Notiere das Gravitationsgesetz $F_G(r)$ und die Gravitationskonstante **G**.

3. Ein Raumschiff, das der Gravitation der Erde entkommen will, benötigt:
   $v_{Start} \geq \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R_0}}$. Erkläre die Herleitung dieser Gleichung und berechne für Sonne und Erde die Mindest-Start- (oder „Flucht-“) Geschwindigkeit. (Vgl. mit den Angaben in Metzler, Tafelwerk oder wikipedia)

4. Leite her, dass die dynamische Masse eines Photons $m_\gamma = \frac{h \cdot f}{c^2}$ ist.

5. Zeige, dass der Energieverlust / Frequenzverlust einer Masse bzw. eines Licht-Teilchens, das sich radial von einer Masse wegbewegt, mit
   $$\Delta E = F_G(r) \Delta r$$
   $$\Rightarrow \Delta E = \frac{-h \cdot f}{c^2} \cdot \frac{G \cdot M}{r^2} \Delta r$$
   korrekt beschrieben ist.

Wir berechnen nun, ab welchem Startradius R_0 das Photon nicht mehr entkommen kann, bzw. die Wellenlänge unendlich und die Frequenz 0 wird. Dazu nehmen wir an, dass das Photon sich wie eine Masse verhält:

6. Versuche, die Umformung in Integrale zu verstehen:
   $\int_{E_0}^{E_\infty} 1\, dE = -\int_{R_0}^{\infty} \frac{h \cdot f \cdot G \cdot M}{c^2 \cdot r^2} dr$ (wir nehmen f als konstant an).
7. Löse die Integrale $\int \frac{1}{x} dx$ bzw. $\int \frac{1}{x^2} dx$!

8. Setze die Lösungen und die Grenzen (nach Annahme ist $E_\infty = 0$) ein und löse auf.
   Zur Kontrolle: $h \cdot f = h \cdot f \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot R_0} \Leftrightarrow R_0 = \frac{G \cdot M}{c^2}$.

9. Berechne nun für die Erde oder Sonne einen „Schwarzschild-Radius“.

10. NB.: In der Relativitätstheorie kommt für diesen kritischen Radius nach Schwarzschild:
    $R_S = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$ (Der Faktor 2 kommt durch die Raumkrümmung...)

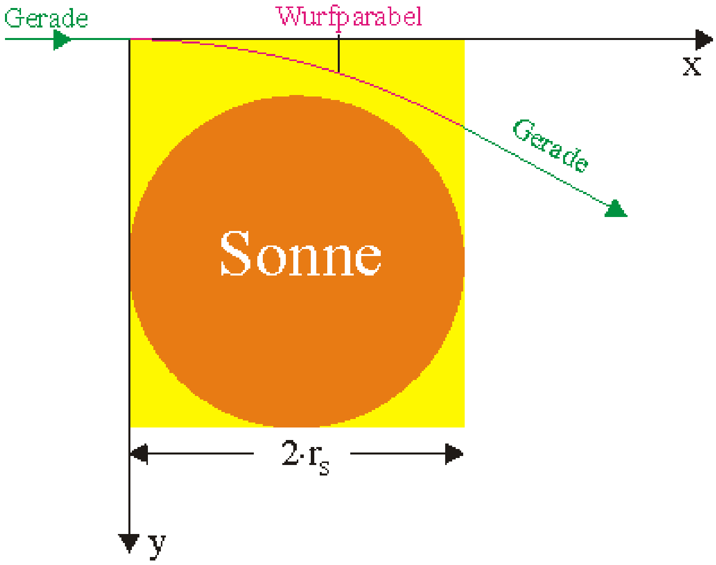
Notizen:

Ablenkung von Photonen durch die Sonne

Nach der bekannten Energie-Masse-Beziehung $E=m\cdot c^2$ von Albert EINSTEIN kann man dem Photon der Energie $E=h\cdot f$ eine Masse m_{Ph} zuordnen. Es gilt:

$$E=m_{Ph}\cdot c^2 \Leftrightarrow h\cdot f=m_{Ph}\cdot c^2 \Leftrightarrow m_{Ph}=\frac{h\cdot f}{c^2}$$

Wenn Photonen aber eine Masse haben, so müssen sie auch durch Gravitationsfelder beeinflussbar sein. Insbesondere bei der Passage am Sonnenrand sollte eine Ablenkung des Lichtes eventuell beobachtbar sein.



In dieser Aufgabe soll die Strahlablenkung mit Hilfe der klassischen Mechanik von Isaac NEWTON berechnet werden. Wir machen dazu die folgenden Vereinfachungen:

Die Photonen erfahren eine **konstante** Schwerebeschleunigung, welche den Wert der Schwerebeschleunigung auf der Sonnenoberfläche haben soll.

Diese konstante Schwerebeschleunigung sei auf einer Strecke von $2\cdot r_S$, also entlang des Sonnendurchmessers, wirksam.

Mit diesen Vereinfachungen ergibt sich also - wie in der Abbildung dargestellt ist - im Bereich der Sonnenanziehung eine "Wurfparabel".

- Berechnen Sie die Schwerebeschleunigung g_S auf der Sonnenoberfläche.
- Stellen Sie die Gleichung der Bahnkurve der "Wurfparabel" auf.
- Bestimmen Sie die Weite δ des Winkels, um den der Strahl aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt wird.

Hinweis

Der in der letzten Teilaufgabe berechnete Ablenkwinkel δ wurde durch stark vereinfachende Annahmen gewonnen. Eine exakte Rechnung liefert glücklicherweise den gleichen Wert von ca. $\delta_N=0{,}87''$ (Winkelsekunden). Die allgemeine Relativitätstheorie von EINSTEIN besagt, dass der nach NEWTON berechnete Ablenkwinkel zu verdoppeln ist, um den tatsächlichen Ablenkwinkel zu erhalten, d.h. es ergibt sich dann $\delta_E=2\cdot\delta_N \Rightarrow \delta_E=2\cdot 0{,}87''=1{,}75''$. Dieser Wert konnte inzwischen sehr gut experimentell bestätigt werden. … → nächste Seite...

Aus: https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/ (30.04.2018)

Die Sonne brachte es an den Tag

Neue Zürcher Zeitung vom 11. August 1999

Eine Finsternis machte Einstein berühmt

Spe. Eine totale Sonnenfinsternis ist ein Augenschmaus der besonderen Art. Was Menschen in Scharen in die Zone der vollständigen Verdunkelung treibt, ist der Wunsch, wenigstens einmal in ihrem Leben an diesem unvergleichlichen Naturschauspiel teilzuhaben. Unvorstellbar, dass einer um die halbe Welt reist und dann kaum ein Auge für das faszinierende Ereignis hat, weil er sich auf seine wissenschaftlichen Instrumente konzentrieren muss. Früher war das anders. Von der Sonnenfinsternis, die am 29. Mai des Jahres 1919 über der im Golf von Guinea gelegenen Vulkaninsel Principe zu beobachten war, mag dem englischen Astronomen Arthur Stanley Eddington nicht viel in Erinnerung geblieben sein. Dafür ging er als derjenige in die Annalen der Physik ein, der der allgemeinen Relativitätstheorie zum Durchbruch und ihrem «Erfinder» Albert Einstein zu Ruhm und Ehren verholfen hat.

Als die Vorbereitungen für Eddingtons Expedition nach Westafrika und eine zweite Expedition nach Sobral in Brasilien getroffen wurden, hatte die allgemeine Relativitätstheorie noch nicht den Nimbus, den sie heute geniesst. Mit der richtigen Berechnung der Periheldrehung des Merkurs hatte Einstein zwar aufhorchen lassen, doch der Bruch mit den überkommenen Vorstellungen von Raum, Zeit und Gravitation war so radikal, dass viele seiner Kollegen der allgemeinen Relativitätstheorie skeptisch bis ablehnend gegenüberstanden. Was sie sehen wollten, war ein Experiment, das eindeutig gegen die Newtonsche und für die Einsteinsche Auffassung der Gravitation spricht.

Einstein selbst hatte ein solches Experiment vorgeschlagen. Wenn das Licht eines Sterns auf seinem Weg zur Erde den Sonnenrand streift, sollte es wegen der Krümmung des Raumes geringfügig abgelenkt werden. Da ein Beobachter den ankommenden Lichtstrahl im Geiste geradlinig zurückverfolgt, weicht die scheinbare Position des Sterns um 1,75 Bogensekunden - also um winzige Bruchteile eines Grades - von seiner tatsächlichen Position ab, wie sie sich bei Abwesenheit der Sonne offenbart. Wenn man die Lichtteilchen als Korpuskeln auffasst, sagt zwar auch die Newtonsche Gravitationstheorie eine Ablenkung des Lichtstrahls voraus; die Abweichung zwischen tatsächlicher und scheinbarer Sternposition ist aber nur halb so gross, weil die Newtonsche Theorie keinen gekrümmten Raum kennt.

Die Beobachtung dieser winzigen Abweichung konnte nur bei einer totalen Sonnenfinsternis gelingen. Denn nur wenn das Licht der Sonne vollständig vom Mond abgeschirmt wird, treten die Sterne in ihrem unmittelbaren Umfeld zum Vorschein. Schon damals war allerdings klar, dass es kein leichtes sein würde, Sternpositionen mit einer Genauigkeit von ein bis zwei Bogensekunden zu messen. Mögliche Fehlerquellen gab es zuhauf. Turbulenzen in der Atmosphäre lassen Sterne unscharf erscheinen, und auch mit temperaturbedingten Verzerrungen der optischen Instrumente musste gerechnet werden.

Hinzu kam, dass auch die Wetterbedingungen nicht optimal waren. Von den 16 Platten, die Eddington in Principe belichtete, waren nur wenige brauchbar. Auf den anderen waren die im Umfeld der Sonne gelegenen Sterne durch Wolken verdeckt. Mehr Glück hatten seine Kollegen in Sobral, wo der Himmel wolkenfrei war. Die beiden Gruppen liessen sich Zeit mit der Auswertung. Erst am 6. November waren sie bereit, gemeinsam an die Öffentlichkeit zu treten. An einer gemeinsamen Sitzung der Royal Society und der Royal Astronomical Society wurde das Ergebnis der beiden Expeditionen bekanntgegeben. Eddingtons Gruppe hatte einen Wert von 1,61 Bogensekunden gefunden, die Gruppe aus Sobral einen Wert von 1,98 Bogensekunden. Die Fehlergrenzen waren zwar gross, sie schlossen aber den von der Newtonschen Gravitationstheorie favorisierten Wert von 0,88 Bogensekunden aus. Damit hatte die allgemeine Relativitätstheorie eine glänzende Bestätigung erfahren. Ihr Siegeszug liess sich nicht mehr aufhalten.

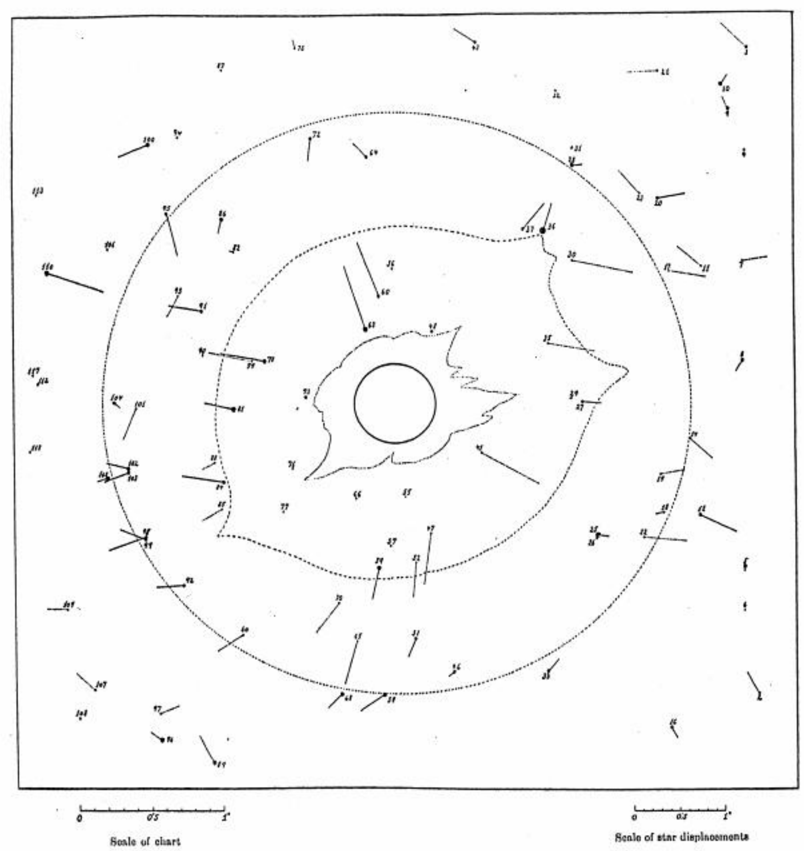
Später wurde die Frage gestellt, ob die Ergebnisse der beiden Expeditionen wirklich über jeden Zweifel erhaben gewesen sind. Eddington machte kein Hehl daraus, dass er nicht ganz unbefangen an die Sache herangegangen war. Im stillen war er bereits vor der Expedition von der Richtigkeit der Einsteinschen Gravitationstheorie überzeugt. Auch bedurfte es einiger Klimmzüge, um die Ergebnisse makellos erscheinen zu lassen. Nicht alle Aufnahmen der Sobral-Expedition sprachen nämlich die gleiche Sprache. Es gab Bilder, die eher die Newtonsche Gravitationstheorie zu bestätigen schienen. Diese Aufnahmen blieben jedoch unberücksichtigt, weil es Anzeichen für temperaturbedingte Verzerrungen gab.

Wissenschaftshistorisch mag die Frage «Was wäre gewesen, wenn . . .» durchaus interessant sein. Möglicherweise hätte Einstein länger auf die wissenschaftliche Anerkennung warten müssen. Sicher gewesen wäre sie ihm aber auf jeden Fall. In den letzten Jahrzehnten ist die allgemeine Relativitätstheorie vielfach bestätigt worden. Nicht nur wurde die Lichtablenkung im Schwerefeld der Sonne mittlerweile auf wenige Promille genau gemessen. Auch die Rotverschiebung des Lichts durch die Schwerkraft, der indirekte Nachweis von Gravitationswellen und die Entdeckung von Gravitationslinsen lassen heute keinen Zweifel mehr an der Richtigkeit der Einsteinschen Gravitationstheorie. Wer wollte da im nachhinein noch den Zeigefinger erheben.

- Kläre die Problematik der experimentellen Überprüfung der ART von Einstein durch die Sonnenfinsternisse 1919
- Informiere dich über weitere Tests:
  http://www.astronomische-vereinigung-augsburg.de/artikel/physik-und-kosmos/art-test-teil-1/

Ausmessen einer Sonnenfinsternis-Beobachtung:

Nr.															
R/R_S															
δ/“															



Überprüft mit: http://adsabs.harvard.edu/abs/1923LicOB..11...41C (30.4.2018)

TABLE III

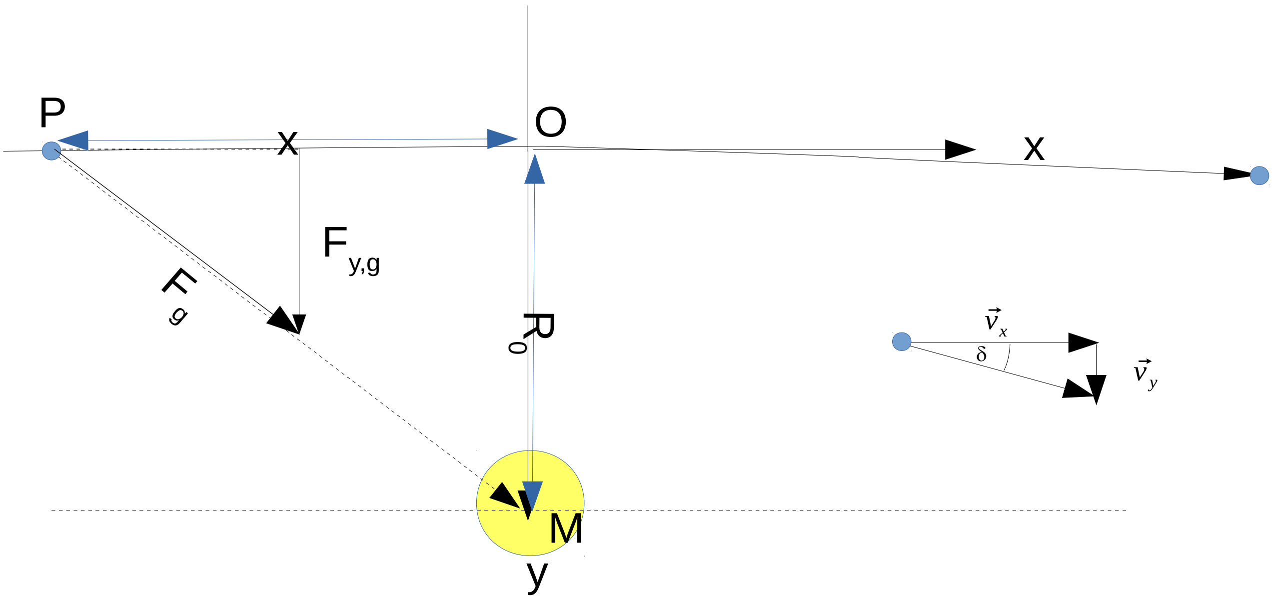
Group Means of Observed Relative Radial Displacements

Group	Stars	Weight	Mean dist. from Sun	Obs. rad. displ.	Corrected rad. displ.	Theory
1	8	9.09	0°64	+″64	+″69	+″70
2	11	19.42	1.06	+.35	+.46	+.37
3	10	20.15	1.40	+.30	+.39	+.24
4	8	22.41	1.66	+.16	+.22	+.17
5	9	21.10	1.90	+.17	+.21	+.13
6	8	24.67	2.00	+.15	+.17	+.11
7	11	21.32	2.22	+.08	+.08	+.08
8	13	21.37	2.55	−.09	−.14	+.02
9	14	22.78	2.97	−.04	−.08	−.03

- Ermittle den scheinbaren Radius der Sonne (in °).
- Trage die korrigierten Radien (in °) und Abweichungen (in '‘) oben in die Tabelle ein.
- Zeige, dass die Funktion $\delta \approx \frac{1{,}75'' \cdot R_s}{R}$ besser als $\delta \approx \frac{0{,}87'' \cdot R_s}{R}$ zu den Werten passt!

Exakte(re) Lösung der Sonnenablenkung:

Zur Klärung der Verhältnisse betrachten wir diese Skizze:



Für die y-Komponente der Gravitationskraft gilt: $\frac{F_{y,g}}{F_g}=\frac{R_0}{\sqrt{x^2+R_0^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x^2}{R_0^2}}}$. Damit wird (a ~ F):

$$a_{y,g}=\frac{R_0}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\cdot\frac{M\cdot G}{x^2+R_0^2}=\frac{R_0\cdot M\cdot G}{\sqrt{x^2+R_0^2}^3}=\frac{R_0\cdot M\cdot G}{\left(R_0^2\cdot\left(1+\frac{x^2}{R_0^2}\right)\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{R_0\cdot M\cdot G}{R_0^3\cdot\left(1+\frac{x^2}{R_0^2}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{M\cdot G}{R_0^2\cdot\left(1+\frac{x^2}{R_0^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Für die zusätzliche (Drehung der) Geschwindigkeit gilt:

$v_y=\int a_y\,dt=\frac{1}{c}\int a_y\,dx=\frac{1}{c}\int a_{y,g}=\frac{1}{c}\int a_{y,g}\,dx$; kann gelöst werden. Man substituiert $z=\frac{x}{R_0}$

und erhält für das Integral: $v_Y=\frac{M\cdot G}{R_0\cdot c}$ (Symmetrie-Trick: $\frac{1}{c}\int_{-\infty}^{\infty} a_y\,dx=\frac{2}{c}\int_{-\infty}^{0} a_y\,dx$)

Es gilt schließlich: $\tan\delta=\frac{v_y}{c}=\frac{M\cdot G}{R_0\cdot c^2}$

Bei kleinen Werten gilt ebenso: $tand\ \delta\approx\delta\sim\frac{1}{R_{(0)}}$

- Vollziehe die Herleitung Schritt für Schritt nach…
- Berechne den klassischen Wert von δ für die Sonnenoberfläche!
- Zeige, dass die Näherungsformel (bis auf einen Faktor 2) mit der Formel auf Seite 4 zusammenpasst ...

Lösungen:

$G \cdot M_E = 3{,}896 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$ $R_{0\,E} \approx 6370\,km$

Fluchtgeschwindigkeiten:

$$v_{\text{Umlauf,Erde}} \approx 7910 \frac{m}{s}$$
$$v_{\text{Flucht, Erde}} \approx 11.200 \frac{m}{s}$$
$$v_{\text{Flucht, Sonne}} \approx 617.000 \frac{m}{s}$$
$$v_{\text{Flucht, Sonne, von der Erde aus}} \approx 42.000 \frac{m}{s}$$

Grafische Auswertung der Ablenkung am Sonnenrand… :